



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

2025	العادية	الدورة
------	----------------	--------

الموضوع

Y**	LLLLLLLLL-LLL	NS	22F
-----	---------------	-----------	-----

الرياضيات

مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا -الدورة العادية- 2025 -الموضوع-	 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلّيمات
1		
4		
Y**	LLLLLLLLLLLLL-LLL	NS-22F

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم لفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème, indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3.5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	2.5 points
Problème	Étude des fonctions numériques, calcul intégral et suites numériques	11 points

- On désigne par \bar{z} le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- \ln désigne la fonction logarithme népérien.
- e est le nombre réel tel que : $\ln(e) = 1$

Exercice 1 (3 points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0, 0, 2)$, $B(2, 0, 0)$ et la sphère (S) de centre O et de rayon $R = 2$.

- 0.25 1) a) Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S) .
- 0.5 b) Vérifier que les points A et B appartiennent à la sphère (S) .
- 2) Soit I le milieu du segment $[AB]$.
- 0.25 a) Déterminer l'intersection du plan (OAB) avec la sphère (S) .
- 0.5 b) Vérifier que $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$, puis montrer que $d(O, (AB)) = \sqrt{2}$.
- 3) On considère un point $M(0, m, 0)$ de l'espace, où $m \in \mathbb{R}$.
- 0.5 a) Vérifier que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AM} = 2m\vec{i} + 4\vec{j} + 2m\vec{k}$.
- 0.25 b) Dédire que $mx + 2y + mz - 2m = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABM) .
- 0.25 c) Montrer que $d(O, (ABM)) = \frac{2|m|}{\sqrt{4 + 2m^2}}$.
- 0.5 4) Le plan (ABM) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ_m) de rayon r .
Montrer que $r = \sqrt{2 + \frac{4}{2 + m^2}}$ et déduire que : $\sqrt{2} < r \leq 2$ pour tout $m \in \mathbb{R}$.

Exercice 2 (3.5 points) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives : $a = 1 + 2i$, $b = \bar{a}$, $c = \frac{3(3+i)}{2}$, $d = \frac{3(1+i)}{2}$, $\omega = \frac{5}{2}$

- 0.5 1) a) Vérifier que $a + b = 2$ et déduire que l'affixe du point P , milieu du segment $[AB]$, est $p = 1$.
- 0.5 b) Montrer que a et b sont les solutions de l'équation : $z^2 - 2z + 5 = 0$ dans \mathbb{C} .
- 0.5 2) a) Vérifier que $|a - \omega| = |b - \omega| = |\omega - c|$.
- 0.25 b) Dédire que ω est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
- 0.25 3) a) Vérifier que $\frac{d - c}{a - b} = \frac{3}{4}i$.
- 0.5 b) Montrer que $d - b = (c - a)e^{\frac{i\pi}{2}}$, puis déduire que les droites (DB) et (AC) sont perpendiculaires.
- 4) Soit h l'homothétie de centre C et de rapport $\frac{2}{3}$ qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z' . On pose $h(P) = G$.
- 0.25 a) Vérifier que $z' = \frac{2}{3}z + \frac{1}{3}c$.
- 0.25 b) Montrer que l'affixe du point G est : $g = \frac{13}{6} + \frac{1}{2}i$.
- 0.5 5) Montrer que les points Ω, G et D sont alignés.

Exercice 3 (2.5 points) :

Une urne contient six boules indiscernables au toucher : **Quatre boules blanches** numérotées : 0, 1, 1, 1 et **Deux boules noires** numérotées : 0, 1 . On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. On considère les événements suivants :

A : «Les deux boules tirées portent le numéro 1 »

B : «Les deux boules tirées sont de même couleur»

0.5 1) a) Montrer que : $\mathbb{P}(A) = \frac{2}{5}$.

0.5 b) Montrer que : $\mathbb{P}(B) = \frac{7}{15}$.

0.5 c) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier.

2) On répète l'expérience précédente trois fois successives. On considère la variable aléatoire X indiquant le nombre de fois que l'on réalise l'événement A .

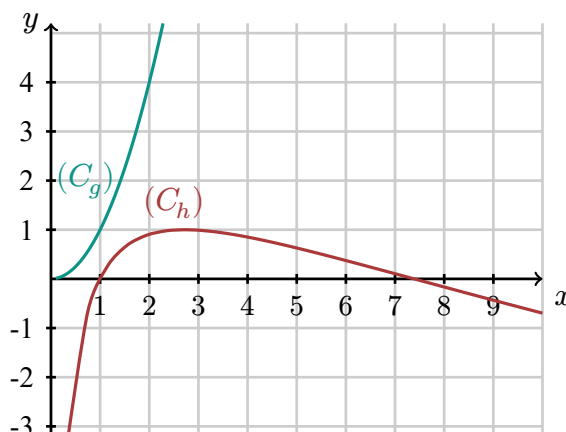
0.75 3) a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, représentant la loi de probabilité de X :

$X = x_i$	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x_i)$	$\frac{27}{125}$			

0.25 b) Calculer l'espérance $\mathbb{E}(X)$ de la variable aléatoire X .

Exercice 4 (11 points) :

Partie I : Le graphique ci-après représente les courbes (C_s) et (C_h) des fonctions : $g : x \mapsto x^2$ et $h : x \mapsto 2 \ln x - (\ln x)^2$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$ dans un même repère orthonormé.



0.25 1) a) Justifier graphiquement que pour tout x de $]0, +\infty[$: $g(x) - h(x) > 0$.

0.5 b) Dédire que pour tout x de $]0, +\infty[$: $\frac{2 \ln x - (\ln x)^2}{x^2} < 1$.

0.5 2) a) Vérifier que la fonction $H : x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$, puis déduire que $\int_1^{e^2} \ln(x) dx = 1 + e^2$.

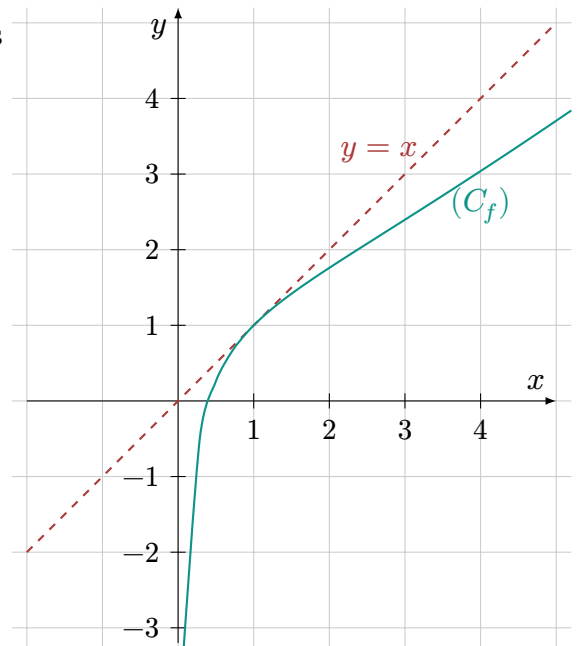
- 0.5 b) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^{e^2} (\ln x)^2 dx = 2e^2 - 2$.
- 0.5 c) Résoudre sur l'intervalle $]0, +\infty[$, l'équation $h(x) = 0$ et déduire les deux points d'intersection de la courbe (C_h) avec l'axe des abscisses.
- 0.5 d) Déduire, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_h) , l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e^2$.

Partie II : On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x - \frac{(\ln x)^2}{x}$
Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 0.5 1) a) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat.
- 0.5 b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (on peut poser $t = \sqrt{x}$), puis calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 0.5 c) Déduire que la droite d'équation $y = x$ est une asymptote oblique de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- 0.75 2) a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = 1 - \frac{2 \ln x - (\ln x)^2}{x^2}$.
- 0.5 b) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0, +\infty[$ (utiliser la question Partie I-1-b).
- 0.5 3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0, +\infty[$.
- 0.75 b) Vérifier que $e^{-1} < \alpha < 1$ et montrer que $\ln \alpha = -\alpha$.
- 0.25 c) Montrer que $f(x) \leq x$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.
- 0.5 d) Montrer que $y = x$ est l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1.

4) Le graphique ci-contre représente la courbe (C_f) dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
Soit φ la restriction de f sur l'intervalle $]0, 1]$.

- 0.25 a) Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
- 0.5 b) Montrer que φ^{-1} est dérivable en 0 et que $(\varphi^{-1})'(0) = \frac{\alpha}{2 + 2\alpha}$.
- 0.75 c) Recopier la courbe de φ et construire la courbe de φ^{-1} dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .



Partie III : Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0 = e \text{ et } u_{n+1} = f(u_n), \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- 0.5 1) Montrer par récurrence que $1 < u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- 0.5 2) a) Montrer que la suite (u_n) est décroissante (utiliser la question Partie II-3-c).
- 0.25 b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
- 0.5 c) Déterminer la limite de la suite (u_n) .